* R B - 0 7 2 3 / 1 0 0 0 *

RB-0723

Second Year B. Sc. Examination

April / May – 2010

Mathematics : Paper - IV

(Old Course)

Time : Hours] [Total Marks : **105**

સૂચના

(૧)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of ☛ signs on your answer book.

Name of the Examination :

☛ **S. Y. B. Sc.**

Name of the Subject :

☛ **Mathematics : Paper - 4 (Old)**

☛ Subject Code No. : **0 7 2 3** ☛ Section No. (1, 2,.....) : **Nil**

Seat No. :

Student's Signature

(૨) **જમણી** બાજુનાં **અંક** પ્રશ્નોનાં ગુણ દર્શાવે છે.

(૩) પ્રચલિત સંકેતોનો ઉપયોગ કરો.

૧ માંગ્યા મુજબ લખો : ૧૫

(૧) સમીકરણ $\frac{d^2y}{dx^2}+8\frac{dy}{dx}+25y=0$ નો સામાન્ય ઉકેલ મેળવો.

(૨) $x^2\frac{d^2y}{dx^2}-5x\frac{dy}{dx}+9y=x^5$ નું પૂરક વિધેય મેળવો.

(૩) કિંમત શોધો :

(અ) $L\{a\sinh at\}$

(બ) $L^{-1}\left\{\frac{1}{p^2-6p+10}\right\}$

(૪) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ માંથી a, b, c નો લોપ કરો.

(૫) $L\left\{3t^4-2t^3+4e^{-3t}-2\sin 5t+3\cos 2t\right\}$ મેળવો.

૨ (અ) પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે ૬

$$\frac{1}{\phi\left(D^2\right)}\sin ax = \frac{1}{\phi\left(-a^2\right)}\sin ax,\ \phi\left(-a^2\right) \neq 0$$

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $\frac{d^4y}{dx^4} - 2\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} = x$

(૨) $\left(D^3 + D^2 - D - 1\right)y = \cos 2x, D = d/dx$

અથવા

૨ (અ) પ્રચલિત સંકેતોમાં સાબિત કરો કે ૬

$\frac{1}{f(D)}e^{ax}V = e^{ax}\frac{1}{f(D+a)}V$, જ્યાં V અને x નું વિધેય છે.

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = xe^{2x}$

(૨) $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = x\sin^2 x$

૩ (અ) ચલિત સહગુણકોવાળા સમપરિમાણ સુરેખ વિકલ સમીકરણોને સ્વતંત્ર ચલ બદલીને કેવી રીતે ઉકેલવા તેની ચર્ચા કરો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = 2\log x$

(૨) $x^3\frac{d^3y}{dx^3} - x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} = 2x^2 + 5x + 3$

અથવા

૩ (અ) લેજેન્ડ્રેનું વિકલ સમીકરણ લખો અને તેને ઉકેલવાની રીત સમજાવો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} - x\frac{dy}{dx} - y = 3x^4$

(૨) $(5+2x)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 6(5+2x)\frac{dy}{dx} + 8y = 2(2x+5)^2$

૪ (અ) દ્વિતીય કક્ષાના સુરેખ વિકલ સમીકરણોનો એક ઉકેલ જાણતા હોઈએ તો બીજો ઉકેલ કેવી રીતે મેળવવો તેની ચર્ચા કરો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $\frac{d^2 y}{dx^2} - x^2 \frac{dy}{dx} + xy = x$

(૨) $x\frac{d^2 y}{dx^2} - (x+1)\frac{dy}{dx} + y = x^2 e^{2x}$

અથવા

૪ (અ) સ્વતંત્ર ચલ બદલીને દ્વિતીય કક્ષાના સુરેખ વિકલ સમીકરણોને કેવી રીતે ઉકેલવા તેની ચર્ચા કરો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $\frac{d^2 y}{dx^2} + \tan x\frac{dy}{dx} + y\cos^2 x = 0$

(૨) $x^4 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x^3 \frac{dy}{dx} + x^2 y = 0$

૫ (અ) લાપ્લાસ પરિવર્તક માટે દ્વિતીય સ્થળાંતર પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. ૬

(બ) દર્શાવો કે $L^{-1}\left\{\frac{1}{(p+1)(p-2)}\right\} = -\left\{\frac{e^{-t} - e^{2t}}{3}\right\}$. ૬

(ક) સમીકરણ $\frac{d^2 y}{dt^2} + y = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$ નો ઉકેલ શોધો. ૬

અથવા

૫ (અ) પ્રતીપ લાપ્લાસ પરિવર્તક માટેનું દ્વિતીય સ્થળાંતર પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. ૬

(બ) $L\{\sin^2 at\}$ મેળવો. ૬

(ક) સમીકરણ $\frac{d^2y}{dt^2} - y = a\cosh nt$; $y(0)=0,\ y'(0)=0$ નો ઉકેલ શોધો. ૬

૬ (અ) $z = px + qy + f(p,q)$ સ્વરૂપના આંશિક વિકલ સમીકરણોને ઉકેલવાની રીત સમજાવો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $z = px + qy + p^2 + q^2$

(૨) $z^2(p^2 + q^2 + 1) = c^2$

અથવા

૬ (અ) $F(z,p,q) = 0$ સ્વરૂપનાં આંશિક વિકલ સમીકરણોને ઉકેલવાની રીત વર્ણવો. ૬

(બ) ઉકેલો : ૧૨

(૧) $x(y-z)p + y(z-x)q = z(x-y)$

(૨) $x^2p^2 = yq^2$.

ENGLISH VERSION

Instructions : (1) As per the instruction no. **1** of page no. **1**.

(2) Figures to the **right** indicate **full** marks of the question.

(3) Follow **usual** notations.

1 Do as directed : **15**

(1) Obtain general solution of $\frac{d^2y}{dx^2}+8\frac{dy}{dx}+25y=0$.

(2) Obtain complementary function of $x^2\frac{d^2y}{dx^2}-5x\frac{dy}{dx}+9y=x^5$.

(3) Obtain :

(a) $L\{a\sinh at\}$

(b) $L^{-1}\left\{\frac{1}{p^2-6p+10}\right\}$

(4) Eliminate a, b, c from $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.

(5) Obtain $L\left\{3t^4-2t^3+4e^{-3t}-2\sin 5t+3\cos 2t\right\}$.

2 (a) In usual notations prove that **6**

$$\frac{1}{\phi\left(D^2\right)}\sin ax=\frac{1}{\phi\left(-a^2\right)}\sin ax,\ \phi\left(-a^2\right)\neq 0$$

(b) Solve : **12**

(1) $\frac{d^4y}{dx^4}-2\frac{d^3y}{dx^3}+\frac{d^2y}{dx^2}=x$

(2) $\left(D^3+D^2-D-1\right)y=\cos 2x,\ D={}^{d}\!/_{dx}$

OR

2 (a) In usual notations prove that **6**

$\frac{1}{f(D)}e^{ax}V=e^{ax}\frac{1}{f(D+a)}V$, where V is a function of x.

(b) Solve : **12**

(1) $\frac{d^2y}{dx^2}+y=xe^{2x}$

(2) $\frac{d^2y}{dx^2}+4y=x\sin^2 x$

3 (a) Discuss how to solve homogeneous linear differential equations by changing the independent variable. **6**

(b) Solve : **12**

(1) $x^2\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}+y=2\log x$

(2) $x^3\frac{d^3y}{dx^3}-x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}=2x^2+5x+3$

OR

3 (a) Write Legendre's differential equation and explain the method to solve it. **6**

(b) Solve : **12**

(1) $x^3\frac{d^3y}{dx^3}-x\frac{dy}{dx}-y=3x^4$

(2) $(5+2x)^2\frac{d^2y}{dx^2}-6(5+2x)\frac{dy}{dx}+8y=2(2x+5)^2$

4 (a) When one integral of linear differential equation of second order is known to us then discuss how to obtain second integral of it. **6**

(b) Solve : **12**

(1) $\frac{d^2y}{dx^2}-x^2\frac{dy}{dx}+xy=x$

(2) $x\frac{d^2y}{dx^2}-(x+1)\frac{dy}{dx}+y=x^2e^{2x}$

OR

4 (a) Discuss how to solve linear differential equations of second order by changing the independent variable. **6**

(b) Solve : **12**

(1) $\frac{d^2y}{dx^2} + \tan x \frac{dy}{dx} + y\cos^2 x = 0$

(2) $x^4 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x^3 \frac{dy}{dx} + x^2 y = 0$

5 (a) State and prove second shifting theorem for Laplace transformation. **6**

(b) Show that $L^{-1}\left\{\frac{1}{(p+1)(p-2)}\right\} = -\left\{\frac{e^{-t} - e^{2t}}{3}\right\}$. **6**

(c) Obtain solution of $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 0$, where $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. **6**

OR

5 (a) State and prove second shifting theorem for inverse Laplace transformation. **6**

(b) Obtain $L\{\sin^2 at\}$ **6**

(c) Obtain solution of $\frac{d^2y}{dt^2} - y = a\cosh nt$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$. **6**

6 (a) Explain method to solve partial differential equations of the form $z = px + qy + f(p, q)$. **6**

(b) Solve : **12**

(1) $z = px + qy + p^2 + q^2$

(2) $z^2\left(p^2 + q^2 + 1\right) = c^2$

OR

6 (a) Explain method to solve partial differential equations of the form $F(z, p, q) = 0$. **6**

(b) Solve : **12**

(1) $x(y-z)p + y(z-x)q = z(x-y)$

(2) $x^2p^2 = yq^2$
